# Gcd的性质

**性质1： a⋅b=lcm(a,b)⋅gcd(a,b)**

证明：

设d=gcd(a,b),a=a0⋅d,b=b0⋅dd = gcd(a,b),a=a\_0⋅d,b=b\_0 \cdot dd=gcd(a,b),a=a0​⋅d,b=b0​⋅d

则gcd(a0,b0)=1

由lcm的性质可以得到 lcm(a0,b0)=a0⋅b0lcm(a\_0,b\_0) = a\_0 ⋅ b\_0lcm(a0​,b0​)=a0​ ⋅ b0​

a⋅b=a0⋅b0⋅d=lcm(a,b) **⋅** gcd(a,b)a⋅b = a\_0 \cdot b\_0\cdot d = lcm(a,b)⋅ gcd(a,b)a⋅b=a0​⋅b0​⋅d=lcm(a,b)gcd(a,b)

**性质2：gcd（kl，kr）=k gcd（l，r）**

**gcd( i , j )= k <==> gcd( i / k , j / k)=1**

**性质3：单调性 对于gcd(l,r),l1<=l<=l2<=r2<=r<=r1,gcd(l2,r2)<=gcd(l,r)<=gcd(l1,r1)**

**性质4：gcd是积性函数 gcd（ab，cd）== gcd（a，c）\* gcd（b，d）**

**性质 5：对长为N 的数组 从头gcd到尾时间复杂度是N + logN 而不是NlogN**

**性质6：更相损减性：**我们都知道gcd(a,b)=gcd(a,b-a)

对于多个数组而言，gcd(a,b,c,d)=gcd(a,b-a,c-b,d-c)

所以gcd(a+x,b+x,c+x,d+x)=gcd(a+x,b-a,c-b,d-c)

这就是gcd的更相减损性。

# LCM性质

给出n个数字的质因数分解形式，所有数字的最小公倍数是所有质数最大幂次的乘积。